

УДК 677.11.021.256.017.71

СКОРОСТИ УЧАСТКОВ ПРЯДИ, ОГИБАЮЩИХ КРОМКУ БИЛЬНОЙ ПЛАНКИ

В.А. Дьячков, Д.В.Иванюк

Излагается построение математической модели, описывающей относительные скорости пряди, огибающей кромку бильной планки, в воздушных потоках поля трепания.

В работе Н.Н.Суслова [1] показано, что природа сил сопротивления движению трепальных барабанов на холостом ходу и при взаимодействии с материалом одна и та же и эти силы определяются силами аэродинамического сопротивления. Причем мощность, расходуемая на преодоление сил сопротивления, так же как и у вентиляторов, пропорциональна третьей степени угловой скорости вращения трепальных барабанов. Поэтому для определения сил, действующих на прядь в процессе трепания, необходимо знать скорости перемещения пряди в воздушных потоках поля трепания.

Известно, что движение в системе координат ХОУ (рис.1) участка пряди, расположенного на кромке бильной планки, можно представить как совокупность двух движений: переносного (движения вместе с кромкой) и относительного (движения пряди относительно кромки). В относительном движении прядь совершает так называемое контурное движение по заданной поверхности, образованной поверхностью кромки бильной планки. Центр вращения в переносном движении есть ось вращения трепального барабана О; в относительном – центр кривизны передней кромки О_к или О_{к'} для тыльной кромки (см. рис.1). Тогда вектор полной скорости точки пряди S, находящейся на передней кромке бильной планки k-го била,

$$\vec{V}_k = \vec{V}_k^e + \vec{V}_k^r,$$

где V_k^e – переносная скорость пряди – линейная скорость движения кромки бильной планки. Поскольку радиус кромки $r < R$,

$$V_k^e = \omega R,$$

где ω – угловая скорость;

R – радиус трепального барабана;

V_k^r – линейная скорость движения пряди относительно кромки била. Определяется для элемента, расположенного на кромке k-го била как изменение во времени длины dL_k совокупности участков пряди, контактирующих с билами от точки зажима (для которой принимается значение $k = 0$), до передней кромки k-го била;

$$V_k^r = \frac{dL_k}{dt} = \omega \frac{dL_k}{d\alpha}.$$

$$dL_k = L'_k - L_k,$$

где L'_k, L_k – длина совокупности участков пряди между точкой ее зажима и передней кромки k-го била при $dt = 0$ и на момент времени

$$dt = \frac{d\alpha}{\omega} \text{ (при повороте била на угол } d\alpha \text{) соответственно.}$$

$$L_k = \sum (Lp_k + L_\delta),$$

где L_δ – расстояние между передней и тыльной кромками k-го била. Значение L_δ принимается равным нулю, если тыльная кромка k-го била не взаимодействует с прядью;

Lp_k – длина участка пряди между тыльной кромкой (k – 1)-го и передней кромкой k-го била.

$$Lp_k = \sqrt{(X_k - X_{(k-1)'})^2 + (Y_k - Y_{(k-1)'})^2}.$$

Здесь X_k, Y_k – текущие координаты передней, $X_{(k-1)'}, Y_{(k-1)'}$ – тыльной кромок (см. [2]).

При повороте трепального барабана на угол α изменение длин участков между точкой зажима и передней кромкой k-го била показано на рис.2, линейной скорости движения пряди относительно кромки била – на рис.3. Исходные данные указаны в ранее опубликованной работе [2, с.162].

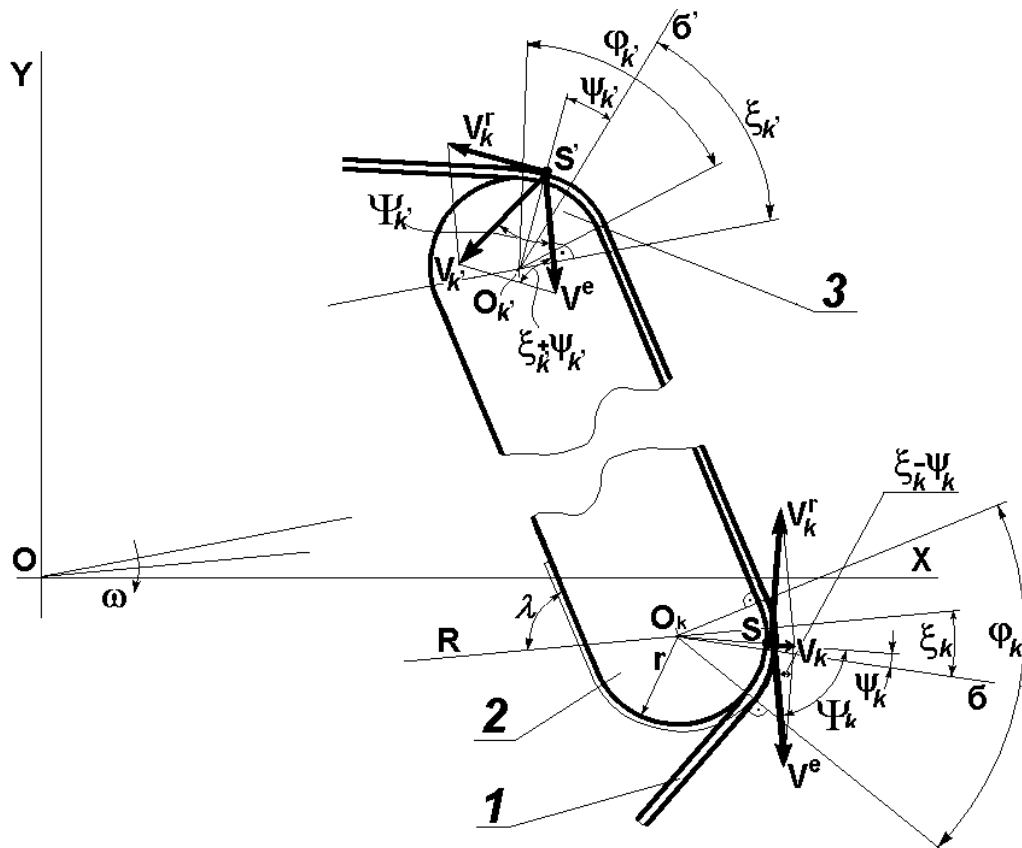


Рис. 1. Прядь (1) на передней (2) и тыльной (3) кромке бильной планки

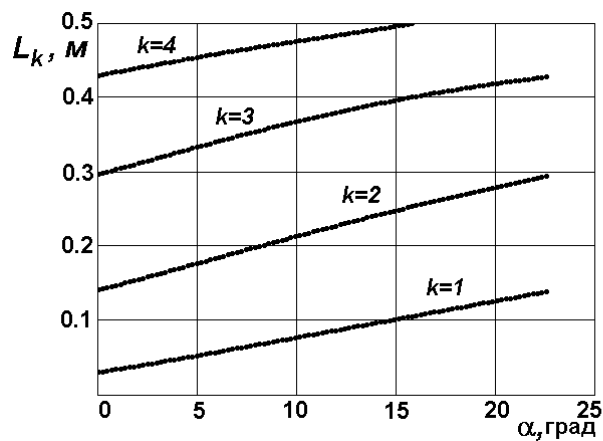


Рис. 2. Длины участков между зажимом и передней кромкой k -го била

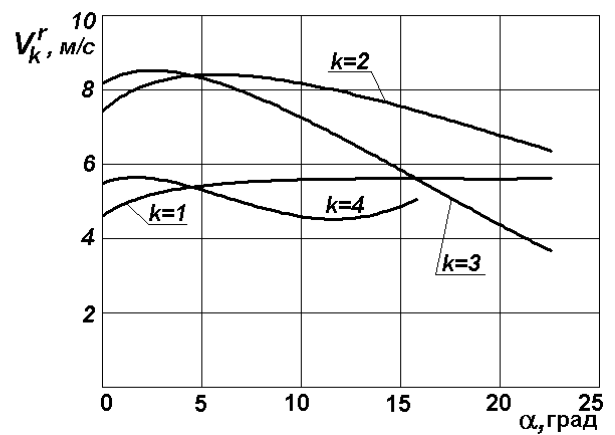


Рис. 3. Скорости движения пряди относительно кромки k -го била

Для определения в неподвижной системе координат XOY модуля полной скорости произвольной точки S пряди, прилегающей к кромке бильной планки на дуге ϕ , обозначим угол между биссектрисой δ угла охвата прядью кромки и радиусом, проведенным из центра кривизны пряди O_k и точку S, через ψ_k , а угол между векторами

переносной V^e и полной V скорости – через Ψ_k . Воспользовавшись теоремой косинусов, выразим полную скорость V_k точки S пряди по двум известным сторонам V_k^e и V_k^r и углу $(\xi_k - \psi_k)$:

$$V_k = \sqrt{(V_k^r)^2 + (V_k^e)^2 - 2V_k^r V_k^e \cos(\xi_k - \psi_k)},$$

а угол Ψ_k определим, используя теорему синусов:

$$\psi_k = \arcsin\left(\frac{V_k^r}{V_k} \sin(\xi_k - \psi_k)\right).$$

Заметим, что нет смысла считать Ψ_k при $V_k = 0$.

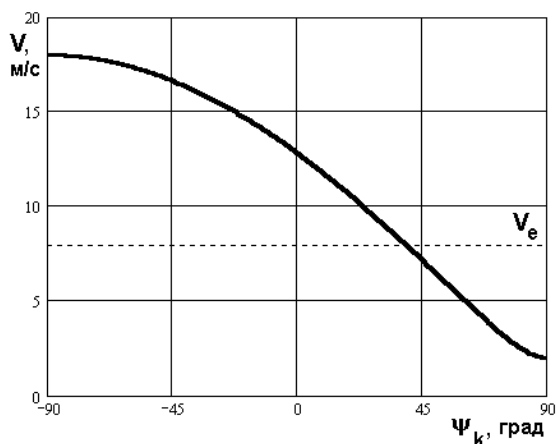
График изменения полной скорости показан на рис.4, угла Ψ_k между векторами переносной V_k^e и полной V_k скорости – на рис.5. Значения V_k и Ψ_k получены при значениях $V_k^e = 8$ м/с и $V_k^r = 10$ м/с. Рассматривается случай, когда свободный конец пряди захлестнулся за бильную планку. То есть диапазон изменения угла ψ_k от $-\pi/2$ до $\pi/2$. Как видно из графика, скорости отдельных участков пряди могут существенно превосходить скорости движения кромок бильных планок V_k^e . Так, на-

пример, набегающая ветвь свободного конца пряди имеет скорость $V_n = V_k^e + V_k^r = 8 + 10 = 18$ м/с, а сбегающая $V_c = V_k^e - V_k^r = 8 - 10 = 2$ м/с. Заметим, что участок пряди, захлестнувшийся за бильную планку, перемещается со скоростью в $(1 + \sin \lambda)$ раза большей, чем переносная скорость кромки била V^e (λ – угол наклона плоскости бильной планки к радиусу).

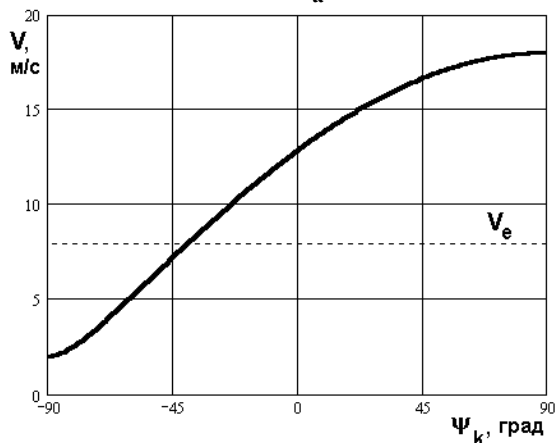
Аналогичные зависимости для тыльной кромки бильной планки

$$V_k' = \sqrt{(V_k^{r'})^2 + (V_k^{e'})^2 - 2V_k^{r'}V_k^{e'} \cos(\xi_{k'} - \psi_{k'})},$$

$$\psi_{k'} = \arcsin\left(\frac{V_k^{r'}}{V_k} \sin(\xi_{k'} + \psi_{k'})\right).$$

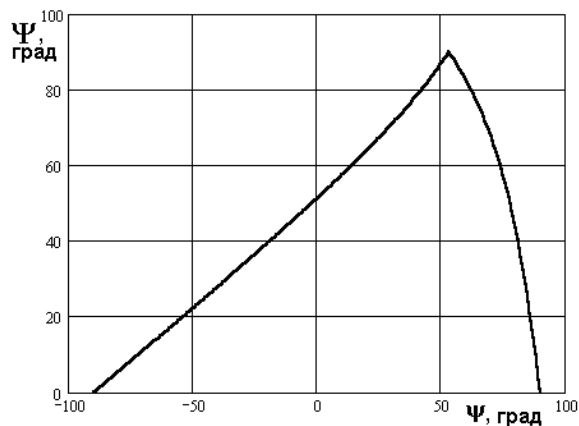


а

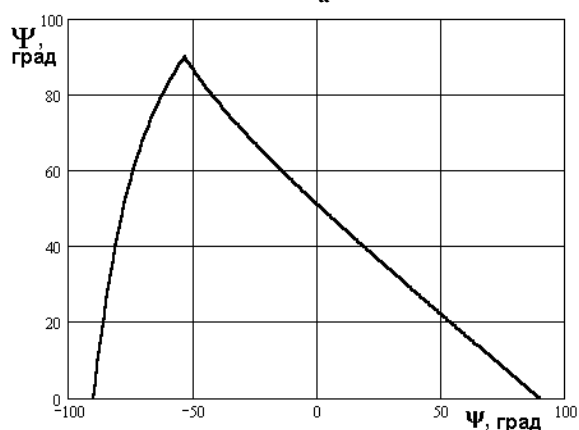


б

Рис. 4. Полная скорость участка пряди S, расположенного на передней (а) и тыльной (б) кромке била



а



б

Рис.5. Угол между векторами переносной V_e и полной V скорости для передней (а) и тыльной (б) кромки била

Модуль и направление вектора воздушных потоков в поле трепания V_v зависит от множества факторов – от величины угловой скорости и конструкции трепальных барабанов и их ограждений, от начала координат этого вектора. Поэтому математический аппарат для его полной идентификации разработать очень сложно. Ранее, при разработке математических моделей, описывающих силы натяжения и нормального давления, при поиске значений сил аэродинамического сопротивления перемещению пряжи в воздушных потоках опирались на результаты экспериментальных замеров этих сил [3, с.36–38].

Примем, что направление вектора скорости воздушных потоков в поле трепания для участка

пряжи, прилегающего к передней кромке k -го била, \vec{V}_k^e будет совпадать по направлению с вектором скорости передней кромки бильной планки k -го била, но меньше по модулю этой скорости (см. рис.6).

Скорость точки пряжи S , располагающейся на передней кромке k -го била, относительно воздушных потоков поля трепания V_{Sk} определится как векторная разность абсолютной скорости пряжи V_k и скорости воздушных потоков в поле трепания V_k^e

$$\vec{V}_{Sk} = \vec{V}_k - \vec{V}_k^e.$$

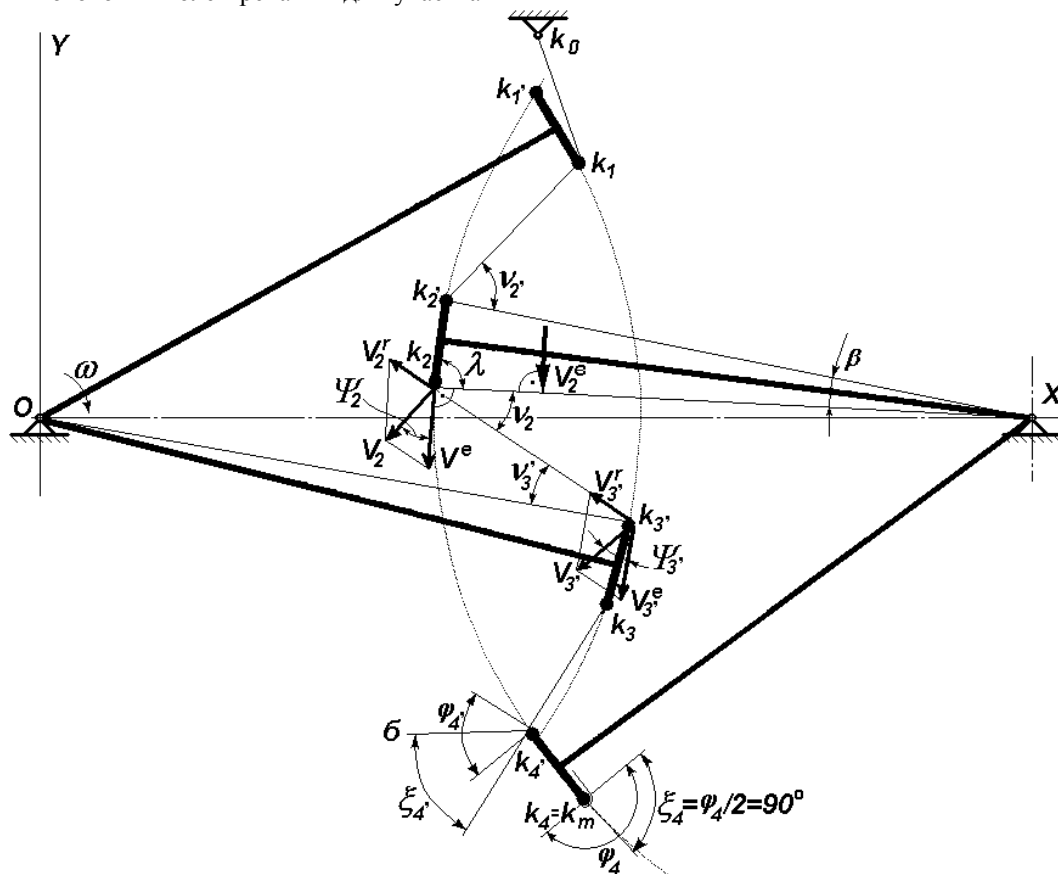


Рис. 6. Прядь в поле трепания

Тогда по модулю скорость точки S в воздушных потоках можно записать, воспользовавшись теоремой косинусов. Для передней кромки:

$$V_{Sk} = \sqrt{(V_k^e)^2 + V_k^2 - 2V_k^e V_k \cos \psi_k}.$$

Для определения угла между векторами скоростей точки пряжи на тыльной кромке и воздуха мысленно перенесем вектор скорости воз-

душных потоков V_k^e в точку, где заканчивается контакт пряжи с тыльной кромкой бильной планки $(k+1)$ -го била (см. рис.6). Поскольку смежные била парных барабанов (k -е и $(k+1)$ -е) смещены на угол π/Z (Z – число бил на барабане), а передняя и тыльная кромки бильной планки на угол β , то угол между векторами скорости воздушных потоков V_k^e и абсолютной скорости точки пряжи покидающей тыльную кромку $(k+1)$ -го била оп-

ределится из выражения $\Psi_{k+1} + \pi/Z - \beta$. Тогда для тыльной кромки:

$$V'_{Sk+1} = \sqrt{(V_k^e)^2 + V_{k'+1}^2 - 2V_k^e V_{k'+1} \cos(\psi_{k'+1} + \frac{\pi}{Z} - \beta)}.$$

Для определения сил аэродинамического сопротивления перемещению пряди в воздушных потоках примем:

- поскольку аэродинамические силы пропорциональны квадрату относительной скорости, среднюю скорость воздуха относительно пряди как среднее квадратичное скоростей перемещения крайних точек участка между передней кромкой k-го била и тыльной кромкой (k'+1)-го била.

$$V'_{SC,k} = \sqrt{\frac{V_{S,k}^2 + V_{S,k'+1}^2}{2}};$$

- усредненный угол между векторами скорости пряди и воздушных потоков

$$\psi_{SC,k} = \frac{\psi_k + \psi_{k'+1} + \frac{\pi}{Z} - \beta}{2}.$$

ВЫВОДЫ

Предложенная математическая модель, проверенная путем компьютерной реализации, позволяет анализировать относительные скорости пряди в воздушных потоках поля трепания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Суслов Н.Н. Исследование процесса трепания льна : дис. ... д-ра техн. наук / Н. Н. Суслов. – Кострома, 1961.
2. Дьячков В.А. Проектирование машин для первичной обработки лубяных волокон : учебник / В. А. Дьячков. – 2-е изд., перераб. и доп. – Кострома : Изд-во Костром. гос. технол. ун-та, 2006. – 232 с.
3. Дьячков В.А. Проектирование трепальных машин : монография / В. А. Дьячков. – Кострома : КГТУ, 2000. – 111 с.

V.A. Dyachkov, D.V. Ivanyuk

SPEED OF STRAND AREAS BENDING BEATER BAR EDGE