

УДК 677.11.051

КОЛЕБАНИЯ ПРЯДИ ЛЬНОСЫРЦА ПРИ ТРЕПАНИИ

С.Е. Маянский,

М.С. Енин* (Всероссийский НИИ по переработке лубяных культур)

Приведены результаты теоретических исследований поперечных колебаний участка пряди льносырца, расположенного между зажимом транспортера и планкой била трепального барабана, при одновременном трепании свободного участка пряди по схеме одностороннего трепания.

С целью повышения выхода длинного волокна и в целом повышения качества трепаного льна предлагается перед подачей в трепальную машину подвергать льносырец предварительному обескостриванию и распрямлению. Для этого можно воздействовать на прядь льносырца билами трепального барабана по схеме одностороннего трепания [1]. Такие воздействия обеспечивают встряхивание пряди, создают дополнительное ее натяжение, а также возбуждают малые колебания участков пряди. На рис. 1 показаны три положения бил четырехбилъного барабана, характеризующие возможные схемы взаимодействия пряди с планками бил в зависимости от числа бил и длины пряди:

- прядь взаимодействует с двумя билъными планками (положения бил 1 и 2), свободный конец пряди может находиться в свободном состоянии или контактировать с подбиной решеткой;

- на прядь воздействует одна планка (при малом числе бил и (или) короткой пряди) – положение бил 3.

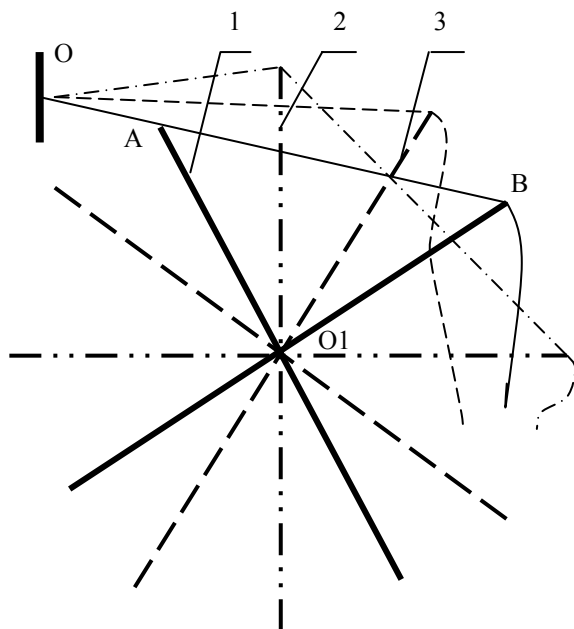


Рис. 1. Схемы взаимодействия пряди с планками бил

Кроме этого, при длинной пряди и большом числе бил прядь может взаимодействовать с тремя планками.

В каждой из отмеченных схем взаимодействия всегда имеется участок пряди, у которого один конец закреплен, а сама прядь, на некотором расстоянии от точки закрепления, получает возбуждение от планки била.

Частота возбуждения пряди ω , рад/с зависит от числа бил z и частоты вращения барабана n , мин⁻¹:

$$\omega = \frac{\pi n}{30} z. \quad (1)$$

Рассмотрим две модели свободных колебаний пряди, соответствующие отмеченным схемам взаимодействия пряди с планками бил. При этом, в первом приближении, считаем прядь однородной, нерастяжимой, идеально гибкой нитью, для исследования которой можно применить теорию колебаний струны.

Модель 1 соответствует схеме пряди, закрепленной в точке O, контактирующей на участке длиной $l = OB$ с планкой била и получающей ударный импульс от планки следующего по направлению вращения барабана била на расстоянии $c = OA$ от закрепленного конца (положение 1 на рис. 1).

Для описания свободных колебаний пряди воспользуемся однородным дифференциальным уравнением в частных производных:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (2)$$

где $a = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$ – скорость распространения волн

деформации;

T – натяжение пряди;

ρ – линейная плотность пряди.

Решение уравнения (2) находим при граничных условиях

$$u(0, t) = 0; u(l, t) = 0 \quad (3)$$

* Работа выполнена под руководством д.т.н., проф. Е.Л. Пашина

и начальных условиях [1]

$$u(x, 0) = 0;$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = \begin{cases} v_0 \cos \frac{x-c}{\delta} \frac{\pi}{2} & \text{при } |x-c| < \delta; \\ 0 & \text{при } |x-c| > \delta. \end{cases} \quad (4)$$

Функция начальной скорости в (4) соответствует удару по струне жесткого выпуклого молоточка шириной 2δ . Такой молоточек в центре интервала 2δ возбуждает наибольшую начальную скорость.

Возбужденные таким образом колебания струны (решение краевой задачи (2), (3), (4)) имеют вид [1]:

$$u(x, t) = \frac{8v_0\delta}{\pi^2 a} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \frac{\cos \frac{\pi k \delta}{l} \sin \frac{\pi k c}{l}}{1 - \left(\frac{2\delta k}{l}\right)^2} \sin \frac{\pi k x}{l} \sin \omega_k t. \quad (5)$$

Здесь ω_k – собственная частота колебаний струны,

$$\omega_k = \frac{\pi k}{l} \sqrt{\frac{T}{\rho}} \quad (k=1, 2, 3, \dots); \quad (6)$$

δ – половина толщины бильной планки;

v_0 – скорость удара бильной планки по пряди.

Ускорения участков пряди найдем как вторую производную от (5):

$$\begin{aligned} \ddot{u} &= \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \\ &= \frac{8v_0\delta\omega_k^2}{\pi^2 a} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \frac{\cos \frac{\pi k \delta}{l} \sin \frac{\pi k c}{l}}{1 - \left(\frac{2\delta k}{l}\right)^2} \sin \frac{\pi k x}{l} \sin \omega_k t. \end{aligned} \quad (7)$$

Определим значения входящих в уравнения величин в зависимости от конструктивных параметров узла трепания (рис. 2).

Координаты точек О, А и В:

$$\begin{aligned} x_O &= -d; y_O = b; \\ x_A &= -r \cos \varphi_i; y_A = r \sin \varphi_i; \\ x_B &= -r \cos(\alpha + \varphi_i); y_B = r \sin(\alpha + \varphi_i), \end{aligned} \quad (8)$$

где r – радиус барабана по кромкам планок бил;

$$\alpha = \frac{2\pi}{z} \text{ – угол между геометрическими осями бил;}$$

φ_i – текущий угол поворота барабана.

Точки О, А и В в момент удара кромки А по натянутой между зажимом О и кромкой В пряди, будут расположены на одной прямой, при этом $\varphi_i = \varphi_A$. Это произойдет при выполнении геометрического условия

$$(x_O - x_B)(y_A - y_B) = (x_A - x_B)(y_O - y_B). \quad (9)$$

После подстановки (8) в (9) и соответствующих преобразований находим выражение для определения угла φ_A

$$\operatorname{tg} \varphi_A = \frac{\frac{r \sin \alpha}{\cos \varphi_A} - d \sin \alpha + b(1 - \cos \alpha)}{d(1 + \cos \alpha) + b \sin \alpha}. \quad (10)$$

Длина c участка пряди от зажима О до кромки А, с учетом (8), находится по формуле:

$$\begin{aligned} c &= OA = \sqrt{(x_A - x_O)^2 + (y_A - y_O)^2} = \\ &= \sqrt{(-r \cos \varphi_A + d)^2 + (r \sin \varphi_A - b)^2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Длина распрямленного участка пряди между кромками планок бил

$$AB = 2r \sin \frac{\alpha}{2} = 2r \sin \frac{\pi}{z}. \quad (12)$$

Длина участка ОВ, по которому наносится удар,

$$\begin{aligned} l &= OB = OA + AB = \\ &= \sqrt{(-r \cos \varphi_A + d)^2 + (r \sin \varphi_A - b)^2} + 2r \sin \frac{\pi}{z}. \end{aligned} \quad (13)$$

Модель 2 соответствует случаю, когда длина пряди примерно равна длине участка ОВ на рис. 2. В момент удара планки А по пряди натянутым остается участок ОА, а участок пряди АВ становится свободным или ложится на подбильную решетку (рис. 3).

В этой модели, в отличие от **модели 1**, изменится закон распределения скоростей точек пряди в начальных условиях (4). Учитывая, что планка била ударяется по пряди со скоростью v_0 , а скорость точки О остается равной нулю, получим

$$\dot{u} = v_0 \frac{x}{c}.$$

Таким образом, начальные условия (4) для **модели 2** запишутся в виде

$$u(x,0) = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = v_0 \frac{x}{c}. \quad (14)$$

Согласно [3] решение краевой задачи (2), (3), (14) ищем в виде:

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(A_k \cos \frac{\pi k}{c} at + B_k \sin \frac{\pi k}{c} at \right) \sin \frac{\pi k}{c} x, \quad (15)$$

где

$$A_k = \frac{2}{c} \int_0^c u(x) \sin \frac{\pi k}{c} dx = 0; \quad (16)$$

$$B_k = \frac{2}{c} \int_0^c \dot{u}(x) \sin \frac{\pi k}{c} dx = \frac{2v_0}{c^2} \left(\sin \frac{\pi kx}{c} - \frac{c}{\pi k} \cos \frac{\pi kx}{c} \right).$$

В результате свободные поперечные колебания пряжи на участке ОА будут выражаться функцией

$$u(x,t) = \frac{2v_0}{c^2} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\sin \frac{\pi kx}{c} - \frac{c}{\pi k} \cos \frac{\pi kx}{c} \right) \sin \frac{\pi k}{c} x \sin \omega_k t. \quad (17)$$

Дифференцируя (17) дважды по времени, получим

$$\begin{aligned} \ddot{u} &= \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \\ &= \frac{2v_0 a \omega_k}{c^2} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\sin \frac{\pi kx}{c} - \frac{c}{\pi k} \cos \frac{\pi kx}{c} \right) \sin \frac{\pi kx}{c} \sin \omega_k t. \end{aligned} \quad (18)$$

В этой модели собственная частота колебаний участка пряжи определяется по формуле:

$$\omega_k = \frac{\pi k}{c} \sqrt{\frac{T}{\rho}} \quad (k = 1, 2, 3, \dots). \quad (19)$$

ВЫВОД

Полученные аналитические зависимости позволяют исследовать процесс удаления костры из пряжи льносырца на участке между зажимным транспортером и кромкой била трепального барабана при одновременном трепании свободного участка пряжи по схеме одностороннего трепания, в зависимости от конструктивных и технологических параметров узла трепания.

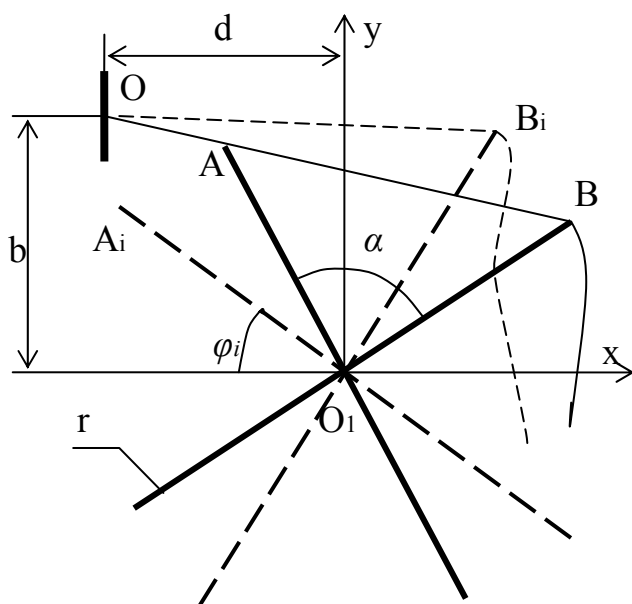


Рис. 2. Модель 1 ударного взаимодействия кромки била А с участком пряжи ОВ

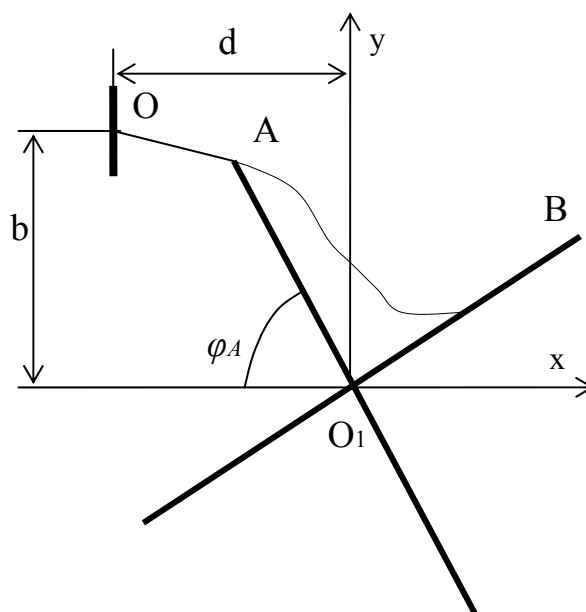


Рис. 3. Модель 2 взаимодействия кромки била А с короткой пряжью, длина которой соизмерима с расстоянием АВ между кромками соседних бил

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Енин М.С. Особенности поведения пряжи сырца при его обогащении путем трепания / М. С. Енин, С. Н. Разин // Наука, сельское хозяйство и промышленность – пути развития и ожидаемые результаты : тез. докл. междунар. науч.-практ. конф. – Вологда, 2008. – С. 211–213.

2. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – М. : Изд-во МГУ, 1999. – 798 с.
3. Якубовский Ю.В. Основы механики нити / Ю. В. Якубовский [и др.]. – М. : Легкая индустрия, 1973.

S.E. Mayanskey, M.S. Yenin

FLAX RAW MATERIAL STRAND VIBRATIONS DURING SCOTCHING